



**Kecskeméti Corvin Mátyás Általános Iskola**

**Kertvárosi Általános Iskolája**

**MATEMATIKA TANTÁRGY**

**5-8. évfolyam**

**HELYI TANTERVE**

A matematika tanulásának legfontosabb célja, hogy a tanuló:

1. megtapasztalja a matematika értékeit, hasznosságát, szépségét;
2. megismerje a matematikai gondolkodás természetét és a matematika alapvető sajátosságait;
3. fejlessze a szövegértését, a szövegalkotó és absztrakciós képességét a matematika nyelvének és szimbólumainak szóbeli és írásbeli alkalmazása során;
4. fejlessze a számolási készségét, a modellezési, a problémamegoldó és döntési képességét;
5. fejlessze a logikus, pontos, kreatív, mérlegelő, stratégiai és rendszerező gondolkodását;
6. alkalmazható tudásra tegyen szert.

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projekteknél mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más digitális eszközök mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

#### FŐ TÉMAKÖRÖK AZ 5–8. ÉVFOLYAMON

1. Gondolkodási módszerek – halmazok, matematikai logika
2. Gondolkodási módszerek – kombinatorika, gráfok
3. Aritmetika, algebra – természetes számok, számelmélet, egész számok, racionális számok, törtek
4. Aritmetika, algebra – arányosság, százalékszámítás
5. Aritmetika, algebra – hatvány, négyzetgyök
6. Aritmetika, algebra – betűs kifejezések, egyenletek
7. Függvények és sorozatok
8. Geometria – síkgeometria
9. Geometria – térgeometria
10. Statisztika és valószínűség

A Nat az Európai Unió által ajánlott kulcskompetenciákból kiindulva, arra építve, de a hazai sajátosságokat figyelembe véve az alábbiak szerint határozza meg a tanulási területeken átívelő általános kompetenciákat, továbbá azokat, amelyek jellemzői, hogy egyetlen tanulási területhez sem köthetők kizárólagosan, hanem változó mértékben és összetételben épülnek a megszerzett tudásra, fejlődnek a tanulási-tanítási folyamatban.

1. A tanulás kompetenciái
2. A kommunikációs kompetenciák (anyanyelvi és idegen nyelvi)
3. A digitális kompetenciák
4. A matematikai, gondolkodási kompetenciák
5. A személyes és társas kapcsolati kompetenciák
6. A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái
7. Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák”

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

**A tanulás kompetenciái:** A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

**A kommunikációs kompetenciák:** A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait, matematikai fogalmakat, szakkifejezéseket használ. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása, javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram

és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere. Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is. A különböző típusú diagramokat felismeri. Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg, csoportosít.

**A digitális kompetenciák:** A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához. Ismer táblázatkezelő programot, tud adatokat összehasonlítani, elemezni, diagramot, grafikont tud készíteni. Alkalmazza a tanult infokommunikációs ismereteket matematikai problémák megoldása során. Ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásától erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

## 5–6. évfolyam

Az 5–6. évfolyam tanulás módszertani szempontból átmenetet képez az alsó tagozat játékos, tevékenykedtető, felfedeztető módszerei és a matematika elméleti ismereteinek befogadását jelentő tanulási módszerek között. Továbbra is fontos szerepet játszik a szemléltetés, az eszközök használata. Elvárható a szerzett tapasztalatok értelmezése, rendszerezése, néhány területen az általánosítás lehetőségének felfedezése és megfogalmazása. A kezdeti, saját szavakkal történő megfogalmazásokat fokozatosan felváltja a matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések használata. Gyakorlati helyzetekben megjelenik a szakmai vita és az érvelés igénye.

Az 5–6. évfolyamon tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: *Halmazok; Matematikai logika, kombinatorika; Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek; Alapműveletek természetes számokkal; Egész számok, alapműveletek egész számokkal; Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok; Alapműveletek közönséges törtekkel; Alapműveletek tizedes törtekkel; Arányosság, százalékszámítás; Egyszerű szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése; Sorozatok; Mérés és mértékegységek; Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgeometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.* A témák egy része nemcsak az aktuális terület megalapozását jelenti a megadott órászámban, hanem megjelenik más fejezetekben is, az eszkörendszer folyamatos gyarapodását biztosítva. Bővül a szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása során alkalmazható modellek köre is.

A szemléltetést és a megértést a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

**Az 5–6. évfolyamon a matematika tantárgy alapórászámja: 5. osztály: 144 óra, 6. osztály: 180 óra, összesen 324 óra. Az egyes témakörökhöz írt órászámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes órászám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre, valamint a kompetenciamérés feladatainak megismerésére, áttekintésére, gyakorlására, főként a 6. osztályban, akár heti 1 órában.**

### A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt órászám
1. Gondolkodási módszerek – halmazok, matematikai logika	14
2. Gondolkodási módszerek – kombinatorika, gráfok	0
3. Aritmetika, algebra - Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek, alapműveletek természetes számokkal;	30
3. Aritmetika, algebra – egész számok, és műveletek egész számokkal;	20
3. Aritmetika, algebra - közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok, alapműveletek törtekkel;	60
4. Aritmetika, algebra - arányosság, százalékszámítás, szöveges feladatok;	30
5. Aritmetika, algebra – hatvány, négyzetgyök	0
6. Aritmetika, algebra – betűs kifejezések, egyenletek;	30
7. Függvények fogalmának előkészítése, sorozatok;	30
8. Geometria – mérés, mértékegységek	24
8. Geometria - síkbeli alakzatok, síkgeometria	44
9. Geometria – térgeometria	22
10. Statisztika és valószínűség	20

**TÉMAKÖR: 1. Halmazok, matematikai logika****JAVASOLT ÓRASZÁM: 14 óra****TANULÁSI EREDMÉNYEK****A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.
- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.
- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

**FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számhalmazok szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése ábráról
- Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.
- Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
- Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
- Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
- Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal
- Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása
- Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

**FOGALMAK**

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes, „igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

**JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak

- Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása  
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra
- Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán  
A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Játék logikai készlettel
- „Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
- „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
- Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére
- „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
- „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
- Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése
- Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában

### **TÉMAKÖR: 3. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek, alpműveletek természetes számokkal**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 30 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezősz felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.
- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
- ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;

- ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
- a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.
- gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül
- Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében
- Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M
- Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása
- 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása
- A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint,
- Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
- Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Írásbeli osztás algoritmus a kétjegyű természetes számmal
- Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében
- Kapott eredmény ellenőrzése; ésszerű kerekítés.

#### FOGALMAK

helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös, összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés.

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről



- Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?
- Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték
- „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak
- Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, ... oldalú hasábra felcsavart számegyenes segítségével
- „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább
- Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal
- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

### **TÉMAKÖR: 3. Egész számok; műveletek egész számokkal**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
- ismeri az egész számokat.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypon alatti hőmérséklet
- Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegeyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során
- Alapműveletek elvégzése az egész számok körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### FOGALMAK

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Vagyon helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen
- Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegeyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
- Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (–10)-tól (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
- Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Az előírt művelet szemléltetése a számegeyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”
- Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságot; ha nincs adósságod, vedd fel kölcsönt
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása
- Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

## TÉMAKÖR: 3. Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
- megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját.

**FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
- Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
- Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
- Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
- Számok ábrázolása számegyenesen

**FOGALMAK**

közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

**JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése  
Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel  
Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecúsztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)
- Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése  
A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása  
Egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása: játék az makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival
- A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)
- Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

**TÉMAKÖR: Alapműveletek közönséges törtekkel**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra**

**TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- meghatározza konkrét számok reciprokát.

**FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
- Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Kapott eredmény ellenőrzése

### FOGALMAK

közös nevező, reciprok

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére  
„21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

## TÉMAKÖR: 3. Alapműveletek tizedes törtekkel

JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### FOGALMAK

kerekítés

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz
- A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
- A műveleti sorrend és a zárójelzési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása  
Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

## TÉMAKÖR: 4. Arányosság, százalékszámítás, szöveges feladatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 30 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;
- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
- Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában

- Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
- Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával
- Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben

### FOGALMAK

arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek használata

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel  
Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges  
A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén
- Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a  $\frac{2}{3}$  rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az  $\frac{1}{3}$  rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás
- Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése

## TÉMAKÖR: 6. Betűs kifejezések, egyenletek, szöveges feladatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 30 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvéssel megold;
- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megoldását ellenőrzi.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A megoldás ellenőrzése

- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

### FOGALMAK

becslés, ellenőrzés

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
- Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

## TÉMAKÖR: 7. A függvény fogalmának előkészítése, sorozatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 30 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.
- sorozatokat adott szabály alapján folytat;
- néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
- Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése;
- Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból;
- Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban;
- Sorozatok adott szabály szerinti folytatása;
- Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása.

### FOGALMAK

megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon, sorozat, számsorozat, szabály;

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése  
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal  
A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

- Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny
- „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk
- Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése  
„Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása
- Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
- Megkezdett ritmusgyakorlat megisméltése, tovább fűzése
- Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása
- „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
- A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

## **TÉMAKÖR: 8. Mérés és mértékegységek**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 24 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
- Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása
- Sokszögek területének meghatározása átdarabolással
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása



## FOGALMAK

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, úrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szívószál-moddellal szögtartományok kijelölése  
Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata
- Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés össztérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...) „Üreges testek” úrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása
- Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata...) Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése
- Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
- Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

## TÉMAKÖR: 8. Síkbeli alakzatok, sík geometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 44 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
- ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség.
- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint;

- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.
- tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
- ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöveget másol.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
- Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
- Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
- Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség
- Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete
- Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint
- Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása.

#### **FOGALMAK**

síkídom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet, szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
- Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése  
Szívószáלבól, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)
- Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése
- Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
- Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása
- Tangram játék
- Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon  
Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása
- Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása
- Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

#### **TÉMAKÖR: 9. Geometria - térgeometria**

### JAVASOLT ÓRASZÁM: 22 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek közül gömb kiválasztása
- Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

#### FOGALMAK

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
- Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben  
Zsinóros térgeometriai modellek használata

### **TÉMAKÖR: 10. Statisztika és valószínűség**

#### JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)
- A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiaagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán
- A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén
- Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiaagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén
- Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
- Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása
- Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
- Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
- A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése.

#### FOGALMAK

adat, diagram, átlag, valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos” esemény; „lehetetlen” esemény

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában.
- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád
- Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
- Bökös játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai

## Felső tagozat – alap óraszám

- 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

## 7–8. évfolyam

A 7–8. évfolyamon nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7–8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: *Halmazok, számhalmazok; Matematikai logika, kombinatorika, gráfok; Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök; Arányosság, százalékszámítás; Szöveges feladatok előkészítése; Szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése; Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgeometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.* Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

**A 7–8. évfolyamon a matematika tantárgy alapórászámja: 252 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb diák számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre, valamint a kompetenciamérés feladatainak áttekintésére, gyakorlására, akár 8. osztályban heti 1 órában.**

### A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
1. Gondolkodási módszerek - halmazok, számhalmazok, matematikai logika	16
2. Gondolkodási módszerek - kombinatorika, gráfok	10
3. Algebra, számelméleti ismeretek, valós számok, és műveletek	14
4. Algebra, arányosság, százalékszámítás	30
5. Algebra, hatvány, négyzetgyök	20
6. Algebra, betűs kifejezések, egyenletek, szöveges feladatok	60
7. A függvény fogalmának előkészítése, sorozatok	16
8. Geometria, síkbeli alakzatok	22
8. Geometria, transzformációk, szerkesztések	20
9. Térgeometria	20
10. Statisztika, valószínűség-számítás	24
<b>Összes óraszám:</b>	<b>252</b>

## **TÉMAKÖR: Halmazok, számhalmazok**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 16 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.
- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre
- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok

### **FOGALMAK**

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört, „minden”, „van olyan”;

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése  
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítás  
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például  $A=\{\text{paralelogrammák}\}$  halmaz részhalmaz  
 $B=\{\text{rombuszok}\}$ , nem részhalmaz  $C=\{\text{deltoidok}\}$
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók  
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán

- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
- Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése  
Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése
- „Bírósági tárgyalás” játék
- „Einstein-fejtörő” típusú játék
- „Rontó” játék
- NIM játék; táblás játékok

## **TÉMAKÖR: 2. Kombinatorika, gráfok**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

### **FOGALMAK**

Gráf, gráf csúcsa, gráf éle, sorba rendezés

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása
- Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
- Számkártyás feladatok megoldása
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
- Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

## **TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 34 óra**



### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása

### FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
- Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása
- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
- Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám

## TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás

### JAVASOLT ÓRASZÁM: 30 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- Banki ajánlatok (ügyműveletek, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

#### FOGALMAK

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
- A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Projektmunka, például összejövétel, jótékonyági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel. Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

#### **TÉMAKÖR: Szöveges feladatok előkészítése, szöveges feladatok, egyenletek**

**JAVASOLT MINIMUM ÓRASZÁM: 60 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;

- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvel megold.
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Két tagból közös számtényező kiemelése
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvel
- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

#### FOGALMAK

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, egyenlőtlenség, lebontogatás, mérlegelv, ellenőrzés

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó művelet sor megalkotása
- Adott, ismeretlent tartalmazó művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló művelet sorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása
- Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával
- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
- Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;

A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;  
Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások.

## **TÉMAKÖR: A függvény fogalmának előkészítése**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 16 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

### **FOGALMAK**

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

## **TÉMAKÖR: Síkbeli alakzatok**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 22 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Háromszögek külső szögeinek összege
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

#### **FOGALMAK**

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcíkk

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Párhuzamos szelű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
- Derékszög kijelölése csomós kötéllel
- Pitagorasz számhármak keresése
- Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

## **TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diskusszió
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
- Dinamikus geometriai szoftver használata

### **FOGALMAK**

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása  $180^\circ$ -kal; tulajdonságok megfigyelése
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
- Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

## **TÉMAKÖR: Térgeometria**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;

- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
- Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
- A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

#### FOGALMAK

hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
- A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján
- Földgömb bemutatása matematikai szempontból  
Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

### TÉMAKÖR: 10. Statisztika, valószínűség-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 24 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;

- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.
- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása
- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

#### FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram, esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában
- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok



- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljük az események gyakoriságára
- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
- 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről